



POLITÉCNICA

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2016-2017

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos, la 3ª y la 4ª sobre 2 puntos. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = \begin{cases} xe^{2x} & \text{si } x < 0, \\ \frac{\ln(x+1)}{x+1} & \text{si } x \geq 0, \end{cases}$ donde $\ln$ significa logaritmo neperiano, se pide:

- (1 punto) Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en $x = 0$.
- (1 punto) Calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (1 punto) Calcular $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} 6x - y - z = 1, \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} 3x - 5y - 2z = 3, \\ 3x + y + 4z = 3, \end{cases}$ se pide:

- (1 punto) Estudiar la posición relativa de r_1 y r_2 .
- (1 punto) Calcular la distancia entre las dos rectas.
- (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a r_1 y al punto $P(1, 2, 3)$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Se dispone de tres aleaciones A, B y C que contienen, entre otros metales, oro y plata en las proporciones indicadas en la tabla adjunta.

	Oro (%)	Plata (%)
A	100	0
B	75	15
C	60	22

Se quiere obtener un lingote de 25 gramos, con una proporción del 72% de oro y una proporción del 16% de plata, tomando x gramos de A, y gramos de B y z gramos de C. Determínense las cantidades x , y , z .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados dos sucesos, A y B , de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que $p(A) = \frac{4}{9}$, $p(B) = \frac{1}{2}$ y $p(A \cup B) = \frac{2}{3}$, se pide:

- (1 punto) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.
- (1 punto) Calcular $p(\bar{A}|B)$, donde $\bar{A}$ denota el suceso complementario de A .

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

- a) (0.5 puntos) Calcular la matriz $B = (A - I)(2I + 2A)$.
- b) (1.5 puntos) Determinar el rango de las matrices $A - I$, $A^2 - I$ y $A^3 - I$.
- c) (1 punto) Calcular la matriz inversa de A^6 , en caso de que exista.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Se considera la función $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 + 1}$ y se pide:

- a) (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.
- b) (1 punto) Estudiar la existencia de asíntotas horizontales y verticales de la función f y, en su caso, determinarlas.
- c) (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y sus extremos relativos en el caso de que existan.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

Sea r la recta que pasa por los puntos $P_1(3, 2, 0)$ y $P_2(7, 0, 2)$. Se pide:

- a) (1 punto) Hallar la distancia del punto $Q(3, 5, -3)$ a la recta r .
- b) (1 punto) Hallar el punto de corte de la recta r con el plano perpendicular a r que pasa por el punto Q .

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Se considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1, 3, -1)$, $B(3, 1, 0)$ y $C(2, 5, 1)$ y se pide:

- a) (1 punto) Determinar razonadamente si el triángulo es equilátero, isósceles o escaleno.
- b) (1 punto) Obtener las medidas de sus tres ángulos.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

En todos los ejercicios, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido o razonamiento que conduzca a la solución del problema será valorado con la puntuación correspondiente.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a) Continuidad: 0.5 puntos. Derivabilidad: 0.5 puntos (en ambos casos se repartirá en procedimiento: 0.25, cálculos: 0.25).
- b) Para cada uno de los dos límites, se asignarán 0.25 puntos por saber qué límite hay que calcular y 0.25 puntos por el cálculo correcto.
- c) Plantear la integral a calcular: 0.25 puntos. Obtener la primitiva: 0.5 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

Ejercicio 3.

Planteamiento del sistema: 1 punto. Resolución: 1 punto.

Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a) Procedimiento: 0.25 puntos. Resultado 0.25 puntos.
- b) Por cada rango: 0.5 puntos (repartidos en 0.25, por calcular la matriz y 0.25 por obtener el rango).
- c) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos. Es necesario justificar la no existencia de asíntotas verticales y el hecho de que la horizontal lo es solamente en $+\infty$.
- c) Calcular la derivada: 0.25 puntos. Hallar correctamente el único punto crítico: 0.25 puntos. Determinar el crecimiento y decrecimiento: 0.5 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.